



**Concursul regional de matematică „Ioan Aron”
clasa a III-a – etapa pe centre
16 decembrie 2023
Barem**

1. a) Scrie patru numere consecutive pare, dintre care unul este 8642. Găsește toate posibilitățile!

| | |
|--------------------------------|-----|
| 8 642 8644 8 646 8648 | 1 p |
| 8 640 8 642 8644 8 646 | 1 p |
| 8 638 8 640 8 642 8644 | 1 p |
| 8 636 8 638 8 640 8 642 | 1 p |

Total: 4 puncte

- b) M-am gândit la un număr. Îl adun cu 1 859. Din rezultat scad 2 896 și obțin cel mai mare număr scris cu 3 cifre distincte. La ce număr m-am gândit?

| | |
|-------------------|-------|
| $a+1859-2896=987$ | 1 p |
| $a+1859=987+2896$ | 0,5 p |
| $a+1859=3883$ | 0,5 p |
| $a=3883-1859$ | 0,5 p |
| $a=2024$ | 0,5 p |

Total: 3 puncte

Total subiectul 1: 7 puncte

2. a) Calculează $a - 2 \times c + b$, știind că:

$$a = 0 + 2 \times 4 \times 6 - 80 : 10 : 1$$

$$b = 5 + 5 \times 5 - 5 : 5$$

$$c = 7 + 7 : 7 + (7 + 7) : 7$$

$$a = 0 + \underline{2 \times 4 \times 6} - \underline{80 : 10 : 1}$$



$$a = 0 + 48 - 8$$

$$a = 40$$

1 p

$$b = 5 + \underline{5 \times 5} - \underline{5 : 5}$$

$$b = 5 + 25 - 1$$

$$b = 29$$

1 p

$$c = 7 + 7 : 7 + (\underline{7 + 7}) : 7$$

$$c = 7 + \underline{7 : 7} + \underline{14 : 7}$$

$$c = 7 + 1 + 2$$

$$c = 10$$

1 p

$$a - 2 \times c + b =$$

$$40 - 2 \times 10 + 29 =$$

$$40 - 20 + 29 = 49$$

1 p

Total: 4 puncte

b) Dintr-o fabrică au plecat spre vânzare 8 962 de globuri roșii, galbene și albastre. Roșii și galbene sunt 4 574, iar galbene și albastre sunt 5 099.

Câte globuri de fiecare fel sunt?

$$8\,962 - 4\,574 = 4\,388 \text{ (globuri albastre)}$$

1 p

$$8\,962 - 5\,099 = 3\,863 \text{ (globuri roșii)}$$

1 p

$$4\,574 - 3\,863 = 711 \text{ (globuri galbene)}$$

1 p

Total: 3 puncte

Total subiectul 2: 7 puncte



3. a) Pentru cadourile copiilor, s-au comandat 125 cutii cu câte 12 mingi, 234 de cutii cu câte 14 cărți de povești și 112 cutii cu câte 13 cutii cu creioane colorate.
Câte produse au fost comandate?

| | |
|---|--------|
| $125 \times 12 = 1\ 500$ (mingi) | 0,75 p |
| $234 \times 14 = 3\ 276$ (cărți de povești) | 0,75 p |
| $112 \times 13 = 1\ 456$ (cutii cu creioane colorate) | 0,75 p |
| $1\ 500 + 3\ 276 + 1\ 456 = 6\ 232$ (produse) | 0,75 p |

Total: 3 puncte

- b) Cu cât este mai mic un sfert de secol decât dublul unui mileniu micșorat cu predecesorul lui 628?

| | |
|--|-------|
| $100 : 4 = 25$ (Un sfert de secol) | 1 p |
| $2 \times 1000 = 2000$ (Dublul unui mileniu) | 0,5 p |
| 627 – predecesorul lui 628 | 0,5 p |
| $2\ 000 - 627 = 1\ 373$ | 1 p |
| $1\ 373 - 25 = 1\ 348$ | 1 p |

Răspuns: cu 1348

Total: 4 puncte

Total subiectul 3: 7 puncte

4. După primirea cadourilor de la Moș Nicolae, trei frați hotărăsc să facă schimburi între ei. Matei dă 2 ursuleți și primește la schimb 20 de piese lego, Vlad dă 3 ursuleți și primește la schimb 6 iepurași. Dacă Rareș va schimba 8 iepurași și 30 piese lego, câți ursuleți va primi?

| | |
|--|-------|
| $6 : 3 = 2$ (Pentru fiecare 2 iepurași se primește un ursuleț) | 1 p |
| $8 : 2 = 4$ (Ursuleți primiți pentru 8 iepurași) | 1,5 p |
| $20 : 2 = 10$ (Pentru fiecare 10 piese lego primește un ursuleț) | 1 p |
| $30 : 10 = 3$ (Ursuleți primiți pentru 30 de piese lego) | 1,5 p |
| $4 + 3 = 7$ (ursuleți) | 2 p |

Total subiectul 4: 7 puncte



**Concursul regional de matematică „Ioan Aron”
clasa a IV-a – etapa pe centre
16 decembrie 2023
Barem**

1. Calculează. Scrie cu cifre romane rezultatul primului exercițiu și răsturnatul rezultatului celui de-al doilea exercițiu.

$$49\ 788 - 45\ 215 - 337 \times 6 + 505 : 5 =$$

$$= 4\ 573 - 2\ 022 + 101$$

$$= 2\ 551 + 101$$

$$= 2\ 652$$

$$2\ 652 = \text{MMDCLII}$$

$$6 \times 0,5 = 3 \text{ p}$$

$$409 \times 235 - 634 \times 12 \times 10 + (144 : 9 \times 2 + 99 : 9) \times 1000 =$$

$$= 96\ 115 - 76\ 080 + (32 + 11) \times 1000$$

$$= 20\ 035 + 43\ 000$$

$$= 63\ 035$$

$$\text{Răsturnatul este } 53\ 036$$

$$8 \times 0,5 = 4 \text{ p}$$

Total subiectul 1: 7 puncte

2. a) Micșorează suma dintre înșesitul lui 123 și împătritul lui 304 cu sfertul jumătății numărului 72.

$$(6 \times 123 + 4 \times 304) - (72 : 2 : 4) =$$

$$= (738 + 1\ 216) - (36 : 4)$$

$$= 1954 - (36 : 4)$$

$$= 1954 - 9$$

$$= 1945$$

$$6 \times 0,5 = 3 \text{ p}$$



b) Mă gândesc la un număr pe care îl adun cu 40, împart suma la 4, apoi scad din câtul obținut jumătatea diferenței numerelor 300 și 84. Constat că rezultatul este cel mai mic număr natural scris cu trei cifre diferite. La ce număr m-am gândit?

$$(a + 40) : 4 - (300 - 84) : 2 = 102$$

$$(a + 40) : 4 - 216 : 2 = 102$$

$$(a + 40) : 4 = 102 + 108$$

$$(a + 40) : 4 = 210$$

$$(a + 40) = 210 \times 4$$

$$a + 40 = 840$$

$$a = 840 - 40$$

$$a = 800$$

$$8 \times 0,5 = 4 \text{ p}$$

Total subiectul 2: 7 puncte

3. Suma a patru numere este 378. Primele trei sunt numere pare consecutive. Al patrulea este triplul celui mai mic număr par de trei cifre diferite. Care sunt numerele?

a / ____ /

2

b / ____ / ____ /

2 2

c / ____ / ____ / ____ /

306

d / _____ /

378

1p

$$3 \times 102 = 306 \text{ (d = 306)}$$

1p

$$378 - 306 - 3 \times 2 = 66$$

1p



$$66 : 3 = 22$$

$$a = 22$$

0,5p

$$b = 24$$

0,25p

$$c = 26$$

0,25p

$$d = 306$$

Total: 4 puncte

b) Pentru numerotarea unei cărți s-au folosit 288 de cifre. Câte pagini are cartea?

De la 1 – 9 sunt 9 pagini (9 cifre)

0,5p

De la 10 – 99 sunt 90 pagini (90 x 2 = 180 cifre)

0,5p

$$(288 - 9 - 180) : 3 =$$

$$99 : 3 = 33 \text{ pagini}$$

1p

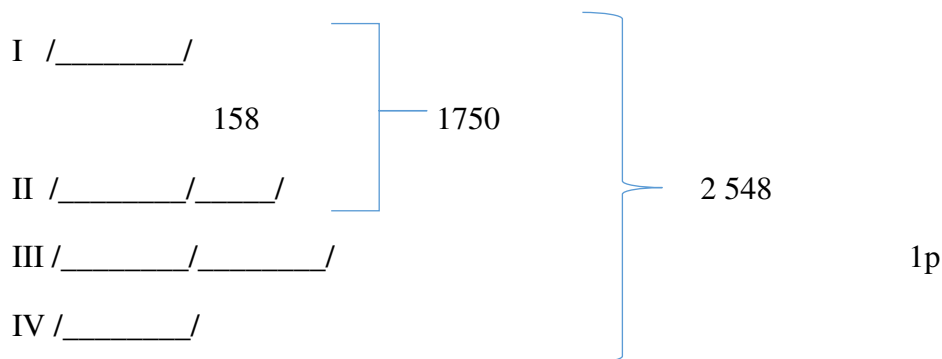
$$9 + 90 + 33 = 132 \text{ (pagini)}$$

1p

Total: 3 puncte

Total subiectul 3: 7 puncte

4.În atelierul lui Moș Crăciun s-au ambalat în patru zile 2 548 de cadouri. Știind că în a doua zi s-au ambalat cu 158 mai multe cadouri decât prima zi, că în a patra zi s-au ambalat jumătate din numărul celor ambalate în a treia zi, iar în primele două zile s-au ambalat 1 750 de cadouri, aflați câte cadouri s-au ambalat în fiecare din cele patru zile!





$$2548 - 1750 = 798 \text{ (III +IV)}$$

1p

$$798 : 3 = 266 \text{ (IV)}$$

1 p

$$266 \times 2 = 532 \text{ (III)}$$

1 p

$$1750 - 158 = 1592 \text{ (cele 2 segmente egale)}$$

1 p

$$1592 : 2 = 796 \text{ (I)}$$

1 p

$$796 + 158 = 954 \text{ (II)}$$

1 p

Total subiectul 4: 7 puncte



BAREM
clasa a V-a - etapa pe centru
16 decembrie 2023

1.

$$D = \hat{I} \cdot C + R; R < \hat{I} \dots\dots\dots 1p$$

$$n = \overline{ab^2} + \overline{aba} - 99 \dots\dots\dots 1p$$

$$R < \hat{I} \Rightarrow \overline{ab} > \overline{aba} - 99 \dots\dots\dots 1p$$

$$10a + b + 99 > 101a + 10b \dots\dots\dots 1p$$

$$99 > 91a + 9b \Rightarrow a = 1$$

$$b = 0 \dots\dots\dots 2p$$

$$\Rightarrow \overline{ab} = 10 \Rightarrow n = 10^2 + 101 - 99 = 100 + 2 = 102 \dots\dots\dots 1p$$

2. a)

$$x = [(2^3)^5 + 25^3 - 7^{35} : 7^{20}] : (2^{15} - 7^{15} + 5^6) \cdot 3^{26}$$

$$= (2^{15} + 5^6 - 7^{15}) : (2^{15} - 7^{15} + 5^6) \cdot 3^{26} = 1 \cdot 3^{26} = 3^{26} \dots\dots\dots 2p$$

$$y = 2^{101} : [(5^{171} : 5^{170} - 3)^{98} + 2^{105} : (2^3 \cdot 2^4) + (2^{11})^9] \cdot 2^{38}$$

$$= 2^{101} : [(5 - 3)^{98} + 2^{105} : 2^7 + 2^{99}] \cdot 2^{38}$$

$$= 2^{101} : (2^{98} + 2^{98} + 2^{99}) \cdot 2^{38}$$

$$= 2^{101} : 2^{100} \cdot 2^{38}$$

$$= 2 \cdot 2^{38} = 2^{39} \dots\dots\dots 2p$$

$$x = 3^{26} = 3^{2 \cdot 13} = 9^{13}$$

$$y = 2^{39} = 2^{3 \cdot 13} = 8^{13}$$

$$\Rightarrow x > y \dots\dots\dots 2p$$

b)

$$uc(x) = uc(3^{26}) = uc(3^2) = 9$$

$$uc(y) = uc(2^{39}) = uc(2^3) = 8 \dots\dots\dots 1p$$

3.

$$\overline{ab} - \overline{ba} = k^3$$

$$9(a - b) = k^3 \Rightarrow a - b = 3 \dots\dots\dots 1p$$

$$a - b = 0 \Rightarrow a = b \dots\dots\dots 1p$$

$$a = b + 3 \dots\dots\dots 1p$$

$$b = 1 \Rightarrow a = 4 \Rightarrow 41 - 14 = 27 = 3^3$$

$$b = 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow 52 - 25 = 27 = 3^3$$

$$b = 3 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow 63 - 36 = 27 = 3^3$$



$$b = 4 \Rightarrow a = 7 \Rightarrow 74 - 47 = 27 = 3^3$$

$$b = 5 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow 85 - 58 = 27 = 3^3$$

$$b = 6 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow 96 - 69 = 27 = 3^3 \dots\dots\dots 3p$$

$$a = b \Rightarrow \overline{ab} \in \{11, 22, 33, \dots, 99\}$$

$$\overline{ab} \in \{41, 52, 63, 74, 85, 96\} \dots\dots\dots 1p$$

4.

$$a \cdot b = 925 \dots\dots\dots 1p$$

$$(a + 12) \cdot b = 1225 \dots\dots\dots 1p$$

$$ab + 12b = 1225 \dots\dots\dots 1p$$

$$925 + 12b = 1225 \dots\dots\dots 1p$$

$$12b = 300 \dots\dots\dots 1p$$

$$b = 25 \dots\dots\dots 1p$$

$$a = 925 : 25$$

$$a = 37 \dots\dots\dots 1p$$



BAREM

clasa a VI-a - etapa locală

16 decembrie 2023

1. a) $\overline{4xy} : 5 \Rightarrow y \in \{0,5\}$ 1p

Dar $\overline{4xy}$ nu e divizibil cu 2 $\Rightarrow y \notin \{0\}$ 1p

Numerele sunt: 405, 415, ... 4951p

b)

$$a = 1 + 3 + 3^2 + \dots + 3^{2024}$$

$$a = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + 3^5 + \dots + 3^{2022} + 3^{2023} + 3^{2024}$$

$$a = 1(1 + 3 + 3^2) + 3^3(1 + 3 + 3^2) + \dots + 3^{2022}(1 + 3 + 3^2)$$
1p

$$a = 1 \cdot 13 + 3^3 \cdot 13 + \dots + 3^{2022} \cdot 13$$
1p

$$a = 13(1 + 3^3 + \dots + 3^{2022})$$
1p

Deci $a : 13$ 1p

2. Fie $a, b \in \mathbb{N}$
 $a + b = 78$
 $78 : (a - b)$ 1p

$$a - b \in D_{78}$$

$$a - b \in \{1, 2, 3, 6, 13, 26, 39, 78\}$$
1p

Pentru

$$a - b = 1 \Rightarrow a = 1 + b$$

$$1 + b + b = 78$$

$$2b = 78 - 1$$

$$2b = 77 \mid : 2 \Rightarrow b \notin \mathbb{N}$$



$$a - b = 2 \Rightarrow a = 40 \text{ și } b = 38$$

.....1p

$$a - b = 3 \Rightarrow b \notin \mathbb{N}$$

$$a - b = 6 \Rightarrow a = 42 \text{ și } b = 36$$

.....1p

$$a - b = 13 \Rightarrow b \notin \mathbb{N}$$

$$a - b = 26 \Rightarrow a = 52 \text{ și } b = 26$$

.....1p

$$a - b = 39 \Rightarrow b \notin \mathbb{N}$$

$$a - b = 78 \Rightarrow a = 78 \text{ și } b = 0$$

.....2p

3. $x + 2x + 3x + 4x + \dots + nx = 360^\circ$

.....1p

$$x(1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n) = 360^\circ$$

.....1p

$$x \cdot \frac{n(n+1)}{2} = 360^\circ$$

.....1p

$$x \cdot n(n+1) = 720^\circ$$

$$x \cdot n = 120^\circ$$

.....1p

$$120^\circ \cdot (n+1) = 720^\circ | : 120^\circ$$

.....1p

$$n + 1 = 6$$

$$n = 5 \Rightarrow 5 \text{ unghiuri}$$

.....1p

$$5x = 120^\circ | : 5$$

$$x = 24^\circ$$

\Rightarrow cel mai mic unghi

.....1p

4. desen

.....1p

$$\sphericalangle BOC - \sphericalangle AOC = 25^\circ$$

$$\sphericalangle BOC + \sphericalangle AOC = 105^\circ$$



$$2\angle BOC / \quad = 130^\circ | : 2$$

.....1p

.....1p

$$\angle BOC = 65^\circ$$

.....1p

$$\angle AOC = 105^\circ - 65^\circ = 40^\circ$$

.....1p

$\angle AOC = \angle OCD = 40^\circ \Rightarrow \angle AOC \equiv \angle OCD$ (\angle alterne interne pentru dr. AO și CD, iar OC-secantă)

.....1p

$$\Rightarrow OA \parallel CD$$

.....1p



BAREM
clasa a VII-a - etapa pe centru
16 decembrie 2023

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= \sqrt{2 \cdot |-1 - 2 - 3 - \dots - n| - |-n|} \\
 &= \sqrt{2 \cdot |-1| \cdot |1 + 2 + 3 + \dots + n| - n} \dots\dots\dots 3p \\
 &= \sqrt{2 \cdot n(n+1) : 2 - n} = \sqrt{n(n+1) - n} \dots\dots\dots 2p \\
 &= \sqrt{n^2} = |n| = n \in \mathbb{N}^* \dots\dots\dots 2p
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad a &= \sqrt{3^{2015} - 2 \cdot 3^{2014} - 2 \cdot 3^{2013} - \dots - 2 \cdot 3 - 2} - \sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} - |\sqrt{5} - 3| \\
 &= \sqrt{3^{2015} - 2 \cdot (3^{2014} + 3^{2013} + \dots + 3 + 1)} - |2 - \sqrt{5}| - |\sqrt{5} - 3| \dots\dots\dots 1p \\
 &= \sqrt{3^{2015} - 2 \cdot (3^{2015} - 1) : 2} - (\sqrt{5} - 2) - (3 - \sqrt{5}) \dots\dots\dots 1p \\
 &= \sqrt{3^{2015} - 3^{2015} + 1} - \sqrt{5} + 2 - 3 + \sqrt{5} \dots\dots\dots 1p \\
 &= 1 + 2 - 3 = 0 \dots\dots\dots 1p
 \end{aligned}$$

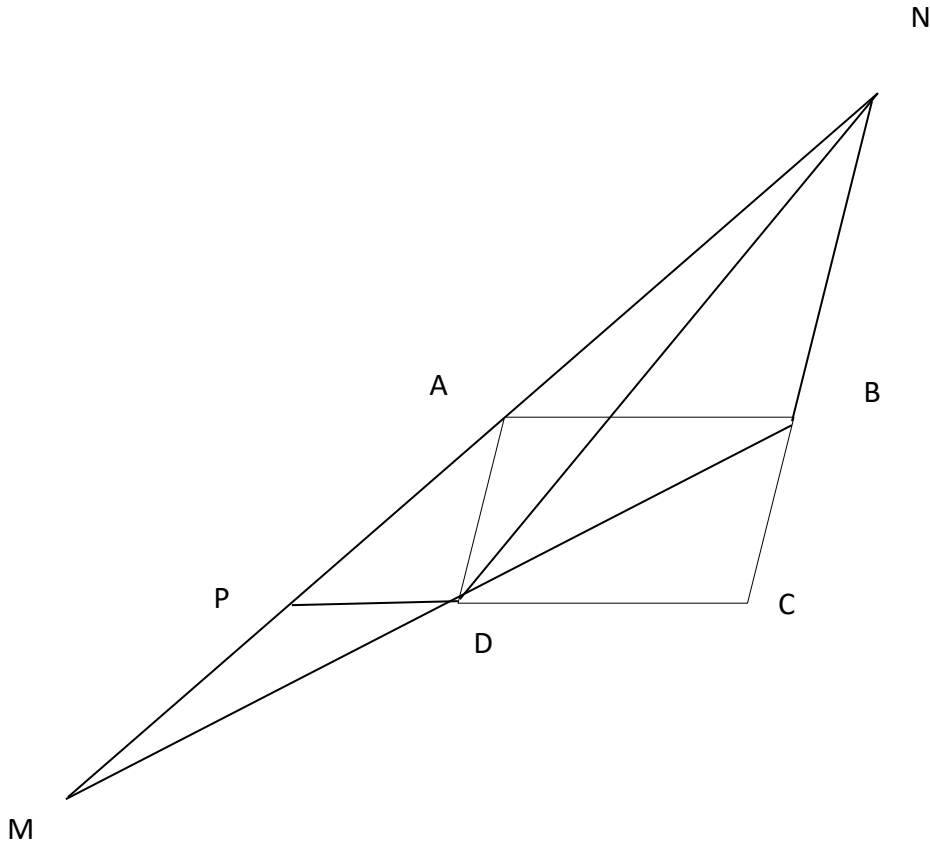
și

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4} - \sqrt{3}}{\sqrt{12}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{12}} - \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{12}} \dots\dots\dots 1p \\
 &= \frac{1}{1} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} \dots\dots\dots 1p \\
 &= \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 1p
 \end{aligned}$$

$\Rightarrow a < b$



3.



Desen..... 1p

ABCD paralelogram

$\Rightarrow AB \parallel DC \Rightarrow AB \parallel PD$

$$PD = \frac{DC}{2} = \frac{AB}{2}$$

} $\Rightarrow PD$ linie mijlocie în ΔMBA2p

$\Rightarrow MD = DB \Rightarrow DN$ în ΔMNB mediană.....1p

$MD = DB$

$AD = BC \Rightarrow AD \parallel BN$

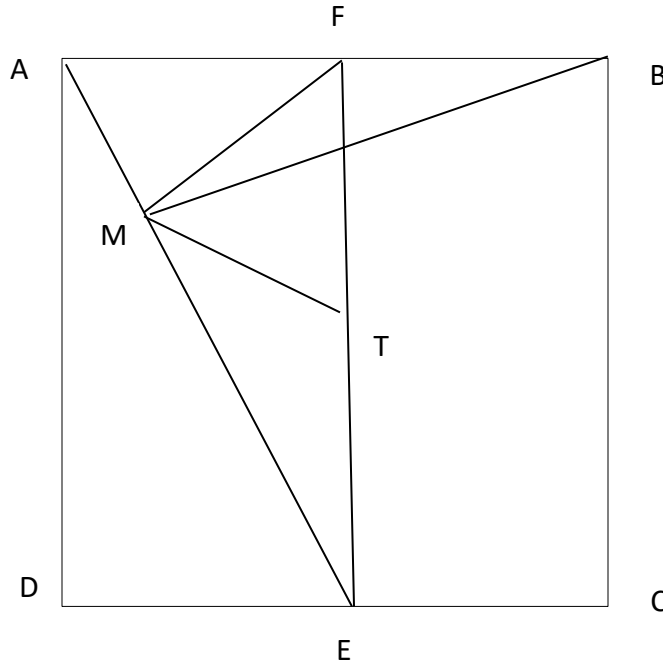
} $\Rightarrow AD$ linie mijlocie în $\Delta MNB \Rightarrow MA = AN$2p

$\Rightarrow AB$ mediană în ΔMNB

Cum $AB \cap ND = \{G\} \Rightarrow G = \text{centrul de greutate al } \Delta BMN$1p



4.



Desen.....1p
 Fie T mijlocul lui EF, $[ET] \equiv [FT]$

$$m(\widehat{ABM}) = 90^\circ - m(\widehat{MBC}) = 15^\circ \dots\dots\dots 1p$$

În ΔAMB : $m(\widehat{AMB}) = 180^\circ - m(\widehat{MAB}) - m(\widehat{ABM}) = 90^\circ \Rightarrow \Delta AMB$ dreptunghic
 MF mediană $\Rightarrow MF = AF = FB \Rightarrow \Delta MFB$ isoscel $\Rightarrow m(\widehat{FMB}) = 15^\circ$
 $\Rightarrow \Delta AMF$ isoscel $\Rightarrow m(\widehat{AMF}) = 75^\circ \Rightarrow m(\widehat{AFM}) = 180^\circ - 2 \cdot 75^\circ = 30^\circ \dots\dots\dots 2p$

$$\left. \begin{array}{l} AF = DE \\ m(\widehat{D}) = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow AFED \text{ dreptunghi} \Rightarrow MF = \frac{AB}{2} = \frac{EF}{2} = FT = TE \dots\dots\dots 1p$$

$$m(\widehat{MFT}) = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \Delta MFT \text{ echilateral} \Rightarrow MF = FT = MT \dots\dots\dots 1p$$

$$\Rightarrow m(\widehat{MTF}) = 60^\circ \Rightarrow m(\widehat{MTE}) = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

$$MT = ME \Rightarrow \Delta MTE \text{ isoscel} \Rightarrow m(\widehat{TME}) = (180^\circ - 120^\circ) : 2 = 30^\circ$$

$$\Rightarrow m(\widehat{FMT}) = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ \dots\dots\dots 1p$$



BAREM
clasa a VIII-a - etapa pe centru
16 decembrie 2023

1.

$$(x + 3)^2 + y^2 = (4y)^2 + y^2 = 17y^2 \quad \dots 1p$$

$$x + 3 = 4y \Rightarrow x - 1 = 4(y - 1) \Rightarrow (x - 1)^2 + (y - 1)^2 = [4(y - 1)]^2 + (y - 1)^2 = 17(y - 1)^2 \quad \dots 2p$$

$$E = \sqrt{17y^2} + \sqrt{17(y - 1)^2} = |y|\sqrt{17} + |y - 1|\sqrt{17} \quad \dots 1p$$

$$|y| = y \text{ și } |y - 1| = 1 - y \quad \dots 2p$$

$$E = y\sqrt{17} + (1 - y)\sqrt{17} = \sqrt{17} \quad \dots 1p$$

2.

Vom demonstra că $A \subset B$ și $B \subset A$ 1p

$x \in A$, adică $x = 3k + 2$, $k \in \mathbb{Z}$. Atunci $x = 302 + 3k - 300 = 302 - 3(100 - k) = 302 - 3p$, unde $p = 100 - k \in \mathbb{Z}$, de unde $x \in B \Rightarrow A \subset B$ 3p

$x \in B$, adică $x = 302 - 3p = 3(100 - p) + 2 = 3k + 2$, de unde $k = 100 - p \in \mathbb{Z}$, de unde $x \in A \Rightarrow B \subset A$ 3p

3. După aducerea la același numitor obținem:

$$2023 + y + 4x = xy \quad \dots 1p$$

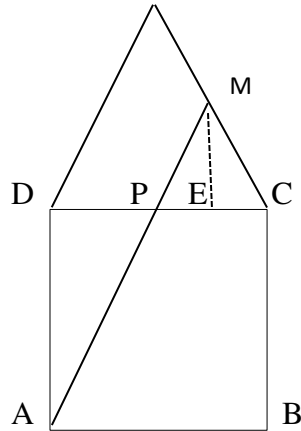
$$\text{Relația este echivalentă cu } (x - 1)(y - 4) = 2027 \quad \dots 3p$$

2027 este număr prim1p

$$x - 1 = 2027; y - 4 = 1 \Rightarrow x = 2028, y = 5 \quad \dots 1p$$

$$x - 1 = 1; y - 4 = 2027 \Rightarrow x = 2, y = 2031 \quad \dots 1p$$

4. Desfășurăm fața (VDC) a.î. să fie în același plan cu (ABC)1p



$AP + PM$ este minimă când A, P și M sunt coliniare

....2p

Ducem $ME \perp DC, E \in DC$

....1p

$$ME \parallel AD \Rightarrow \Delta MPE \sim \Delta APD \Rightarrow \frac{ME}{AD} = \frac{PE}{PD} = \frac{MP}{AP}$$

....1p

$$ME = 4 \text{ cm} ; EC = 3 \text{ cm}$$

....1p

$$\frac{ME}{AD} = \frac{PE}{PD} \Rightarrow \frac{ME+AD}{AD} = \frac{PE+PD}{PD} \Rightarrow \frac{16}{12} = \frac{9}{PD}$$

$$\Rightarrow PD = \frac{12 \cdot 9}{16} = \frac{27}{4} \text{ cm}$$

....1p