



Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a III-a - etapa județeană 13 aprilie 2024

1. a) Dacă $a = 9 \times 10 \times 100$

$$b = (202 + 98) - (2 \times 100 + 9 \times 10 + 5)$$

$$c = 3\,236 - 123 \times 12,$$

Calculează $a - b \times c$

b) Dacă jumătatea unui număr este egală cu produsul dintre 609 și 4, află dublul acestui număr, din care vei scădea apoi produsul cifrelor sale. Ce rezultat ai obținut?

2. a) O florărie a vândut într-o dimineață 59 de flori: lalele, trandafiri și zambile. Numărul zambilelor reprezintă o cincime din cel al lalelelor și este cu 17 mai mic decât cel al trandafirilor vânduți. Câte flori s-au vândut de fiecare fel?

b) Dacă patru trandafiri costă cu 36 lei mai mult decât un trandafir, aflați cât costă un buchet format din șapte trandafiri de același fel?

3. a) Tania a primit tot atâtea bomboane cât înșesitul pătrimii lui 12, iar sora ei mai mică, Maria, cât noimea răsturnatului numărului de bomboane primite de Tania. De câte ori este mai mare numărul bomboanelor primite de Tania decât numărul bomboanelor primite de Maria?

b) Ultima carte pe care a citit-o Andreea are 178 de pagini. Câte cifre au fost folosite pentru numerotarea cărții?

4. Mama Anei a citit trei cărți. Când a însumat numărul de pagini, a obținut un număr egal cu produsul dintre cel mai mare număr de două cifre pare și cel mai mic număr de două cifre impare diferite. Prima și a doua carte însumau un număr de pagini egal cu 786 de pagini, iar a doua și a treia carte însumau 649 de pagini. Câte pagini avea fiecare carte pe care a citit-o?

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 120 minute



Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a IV-a - etapa județeană 13 aprilie 2024

1. a) Calculează:

$$[642 : 2 + (13\ 025 - 1\ 375) : 25] - (5\ 040 - 1\ 350) : 30 =$$

b) Află valoarea lui a din egalitatea:

$$[880 : 4 - (10 \times a - 277) + 13] : 20 + 249 \times 4 = 1\ 001$$

2. Maria a cumpărat de la librărie 2 creioane și 3 pixuri. Când Andrei a întrebat-o cât au costat rechizitele, Maria i-a răspuns: „Dacă aș fi cumpărat 3 creioane și 8 pixuri, aș fi plătit 30 de lei, iar dacă aș fi cumpărat 5 creioane și 10 pixuri, aș fi plătit 40 de lei.” Află cât au costat rechizitele cumpărate de Maria!

3.a) Pe un raft al unei librării se află enciclopedii. Triplul succesivului numărului de enciclopedii este cu 26 mai mare decât dublul predecesorului aceluși număr. Care este numărul de enciclopedii de pe raft?

b) Pentru paginarea unei enciclopedii, s-au folosit 1212 cifre. Câte pagini are enciclopedia?

4. Elevii claselor a IV-a dintr-o școală au plantat puiți de stejar. În prima zi au plantat două cincimi din puiți și încă 4. În a doua zi au plantat un sfert din rest și încă 3, iar în a treia zi au plantat două treimi din noul rest și încă 2. Au rămas de plantat 8 puiți. Câți puiți de stejar au plantat în fiecare zi? Câți puiți de stejar au fost la început?

Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 120 minute



Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a V-a - etapa județeană 13 aprilie 2024

1. Fie $x, y \in \mathbb{N}^*$.

Dacă

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2022} + \frac{1}{2023} = \frac{x}{y}$$

Să se arate că $2025 | (x - y)$

2. Arătați că pentru orice n număr natural numărul $5^{2n} \cdot 7^{2n} \cdot 10 + 5^{2n} \cdot 7^{2n+2}$ se poate scrie ca o sumă de trei pătrate perfecte.
3. Un număr natural va fi numit special, dacă este de forma \overline{abcd} cu a, b, c, d cifre nenule, iar numărul $a \cdot c + b \cdot d$ este pătrat perfect.
- Determinați cel mai mic număr și cel mai mare număr special
 - Determinați suma tuturor numerelor speciale care verifică relația $a \cdot c + b \cdot d = 25$ și $a < b < c < d$.
4. Pe un ecran este scris numărul 34. După fiecare minut în locul numărului inițial se scrie un număr cu 18 mai mare decât produsul cifrelor sale. Ce număr va fi scris pe ecran după 2 minute, dar după o zi, 9 ore și 44 de minute?

Fiecare subiect valorează 7 puncte.
Timp de lucru: 3 ore



Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a VI-a - etapa județeană 13 aprilie 2024

1. Se dau numerele $a, b \in \mathbb{Q}$: $a = \frac{2^2}{1 \cdot 3} \cdot \frac{3^2}{2 \cdot 4} \cdot \frac{4^2}{3 \cdot 5} \cdot \dots \cdot \frac{49^2}{48 \cdot 50}$ și $b = \frac{2^2}{1 \cdot 3} + \frac{4^2}{3 \cdot 5} + \frac{6^2}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{48^2}{47 \cdot 49}$.

Arătați că $a \cdot b \in \mathbb{N}$.

2. a) Să se arate că, dacă: $\frac{3}{a} = \frac{4}{b} = \frac{12}{c} = 13$, atunci:

$$(3 + a) \cdot a + (4 + b) \cdot b + (12 + c) \cdot c = 14$$

b) Fie numerele:

$$A = [(-1)^{2023} \cdot (-1)^{2024}]^3 \cdot a; a \in \mathbb{Z}$$

și

$$B = (-1)^n + (-1)^{n+1} + (-1)^{n+2} + [(-1)^n]^2 + (-1)^n \cdot (-1)^{n+1}, n \in \mathbb{N}^*.$$

Determinați valorile lui a astfel încât A și B să fie numere opuse.

3. Fie $[OP]$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle MON$, $[OR]$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle MOP$, $[OQ]$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle NOR$ și $[OT]$ bisectoarea unghiului $\sphericalangle MOQ$. Calculați $\sphericalangle MON$ cunoscând că $\sphericalangle ROT = 11^\circ$.

4. Fie $\triangle ABC$ isoscel și $[AB] \equiv [AC]$, $\sphericalangle A = 108^\circ$ și fie $D, E \in (BC)$ astfel încât $\sphericalangle BAD \equiv \sphericalangle DAE \equiv \sphericalangle EAC$ și $[BC]$ este bisectoarea $\sphericalangle ABF$ unde $BF \cap AE = \{F\}$.
Fie $P \in (EF)$ cu $[PF] \equiv [DE]$.

a) Demonstrați că: $[BC] \equiv [AF]$;

b) Demonstrați că: $CP \perp BF$.

Fiecare subiect valorează 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore



Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a VII-a - etapa județeană 16 martie 2024

1. Se consideră numărul $A = \sqrt{\overline{a, b(cd)} + \overline{b, c(da)} + \overline{c, d(ab)} + \overline{d, a(bc)}}$ unde a,b,c,d sunt cifre nenule diferite.

a) Arătați că: $1 \leq A \leq \sqrt{3}$

b) Câte numere \overline{abcd} sunt dacă $A \in \mathbb{Q}$

2. Fie m și n numere naturale nenule astfel încât:

$$\frac{m}{n} + \frac{m+1}{n+1} + \frac{m+2}{n+2} + \dots + \frac{m+2024}{n+2024} = 2025$$

Arătați că:

$$\sqrt{\frac{(m+n+2)^{2024} \cdot 4050}{(m+1)^{2024} + (n+1)^{2024}}} \in \mathbb{N}$$

(propunător prof. Crucean Adriana, Colegiul Național „Preparandia D. Țichindeal” Arad)

3. Fie ABC un triunghi, $D \in (BC)$ și punctele E, F, G astfel încât D este mijlocul lui AE, B este mijlocul lui EG și C este mijlocul lui EF.

a) Arătați că punctele G, A și F sunt coliniare.

b) Dacă S este aria triunghiului ABC și T este aria triunghiului EFG, iar $S = k \cdot T$, determinați valoarea lui k.

4. Fie triunghiul ABC, cu (AD bisectoarea $\sphericalangle BAC$, $D \in (BC)$ și punctele $E \in (AB)$, $F \in (AC)$, astfel încât $\sphericalangle BAC = 2 \cdot \sphericalangle BCE = 2 \cdot \sphericalangle CBF$. Arătați că $BE = CF$.

Fiecare subiect valorează 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore



Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a VIII-a - etapa județeană 13 aprilie 2024

1. Se consideră expresia:

$$E(x, y) = (x + y)^2 - 2(x + y + xy) + 2024; x, y \in \mathbb{R}.$$

- Pentru ce valori ale lui x și y valoarea numerică a expresiei este minimă?
- Aflați valoarea numerică a expresiei $E(x, y)$ știind că numerele x și y verifică egalitatea
 $|x - 2| + |y - 2| = 2xy - x^2 - y^2$.

2. Fie $ABCD A'B'C'D'$ un cub cu muchia $AB = 12$ cm și $A'C \cap AC' = \{O\}$. Numim segment magic un segment OX , unde X este un punct mobil pe oricare muchie a cubului, având lungimea exprimată printr-un număr natural.

- Câte segmente magice se pot construi?
- Dacă fiecare segment magic se colorează cu o culoare aleasă din 9 culori distincte date, arătați că există cel puțin 6 segmente magice de aceeași culoare.

(Gazeta matematică nr. 5/2023)

3.

a) Să se arate că:

$$(a + b + c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 3(a + b)(b + c)(c + a) \text{ pentru orice } a, b, c \in \mathbb{R}.$$

b) Calculați $1 + S$, unde S este suma soluțiilor ecuației:

$$(x - 671)^3 + (x - 673)^3 + (x - 679)^3 + (2023 - 3x)^3 = 0.$$

4. Fie a, b, c trei numere reale strict pozitive astfel încât $a \cdot b + b \cdot c + c \cdot a = 1$.

Determinați valoarea expresiei:

$$a \cdot \sqrt{\frac{(1 + b^2)(1 + c^2)}{1 + a^2}} + b \cdot \sqrt{\frac{(1 + c^2)(1 + a^2)}{1 + b^2}} + c \cdot \sqrt{\frac{(1 + a^2)(1 + b^2)}{1 + c^2}}.$$

Fiecare subiect valorează 7 puncte.

Timp de lucru: 3 ore