



## Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a III-a - etapa regională 18 mai 2024

1. Știind că:

$$a = 10\,000 - 100 \cdot (54 : 9 : 3 \cdot 8) : 10 + 50 - 45 \cdot 219;$$

$$b = 1 + 9 \cdot (10 - 6 \cdot 4 : 3 : 2 \cdot 9 : 6) : 9 + 5;$$

$$c = 5 + 5 \cdot 5 - 5 : 5 \cdot 25,$$

Calculează:

$$a \cdot b - b : c =$$

$$b \cdot (a : c) =$$

$$(a + b \cdot c) - c =$$

2. a) Bogdan are 6 jetoane cu flori și dorește să le schimbe pe toate pentru jetoane cu legume, urmând regulile de schimb stabilite între copii:

- 1 jeton cu flori pentru 3 jetoane cu fructe;
- 2 jetoane cu fructe pentru 4 jetoane cu legume.

Câte jetoane cu legume va avea Bogdan?

b) Care este scăzătorul unei operații matematice al cărei descăzut este cel mai mare număr care se poate forma folosind cifrele 0, 9, 2 și 1 o singură dată, iar diferența este dublul celui mai mic număr de trei cifre, care are produsul cifrelor 7 ?

3. a) Ana, Maria și Elena sunt trei surori care au economisit bani în pușculițele lor. Ana are 476 lei. Dacă Ana i-ar da Mariei 39 lei, ar constata că Elena are tot atâția lei cât răsturnatul numărului corespunzător sumei de bani care i-ar rămâne Anei.

De câți lei mai are nevoie Ana pentru a avea tot atâția câți are Elena?

b) Suma a 4 numere este 378. Primele 3 sunt numere pare consecutive. Al patrulea este triplul celui mai mic număr par de 3 cifre diferite.

Care sunt numerele?

4. Scăzând 10 din diferența a două numere, se obține 10.

Să se afle cele două numere, știind că, dacă micșorăm de șase ori suma lor, se obține 10.

(Gazeta Matematică Junior, nr. 129, noiembrie 2023)

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.

Timp de lucru: 120 minute



## Concursul de matematică „Ioan Aron” clasa a IV-a - etapa regională 18 mai 2024

1. a) Calculați:

$$\left[ (10 + 540 : 6) \times 5 + 50 \times 2 \right] : 60 =$$

b) Mircea are 10 ani. Valoarea numărului  $a$  din egalitatea următoare reprezintă vârsta lui Matei.

$$2 \times \left[ (2 \times a - 36) : 2 + 20 \right] - 32 = 10$$

Este vârsta lui Matei cu 1 mai mică decât dublul vârstei lui Mircea? Justificați!

2. a) Descoperă regula după care este format șirul de mai jos și completează-l cu încă două numere:

4; 8; 24; 48; 144; ...; ...;

Află produsul dintre al doilea și al șaselea număr din șir.

*(Gazeta Matematica Junior, Nr. 129, Noiembrie 2023)*

b) Se consideră trei numere consecutive. Suma primelor două este cu 10 mai mare decât al treilea număr. Care sunt cele trei numere?

*(Gazeta Matematica Junior, Nr. 128, Octombrie 2023)*

3. a) Maria a scris trei numere având suma egală cu 5420. După ce din primul număr a scăzut 1015, din al doilea a scăzut 830, iar din al treilea a scăzut 1175, a obținut trei rezultate egale. Care sunt cele trei numere scrise de Maria la început?

b) Dacă așez câte 2 cărți pe un raft, rămân 35 de cărți pe dinafară. Dacă așez câte 7 cărți pe un raft, rămân 5 rafturi goale. Câte rafturi și câte cărți sunt?

4. Numărul elevilor dintr-o clasă este mai mare decât 20, dar mai mic decât 25. Un sfert din numărul fetelor este egal cu jumătate din numărul băieților. Fiecare elev practică un sport: unii înot, alții tenis. O treime din numărul celor care practică înotul este egal cu o cincime din numărul celor care joacă tenis.

Știind că 10 fete practică tenisul, aflați câți băieți practică înotul.

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.  
Timp de lucru: 120 minute



**Concursul de matematică „Ioan Aron”  
clasa a V-a - etapa regională  
18 mai 2024**

1. Se consideră numerele  $x = 2024^2 - 2024 - 2023$  și  $y = 1 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{2024}$ .

- a) Demonstrați că  $x$  este pătrat perfect și  $y + 1$  este cub perfect.
- b) Demonstrați că  $y$  este divizibil cu 7 și cu 31.

2. Fie  $S(n)$  suma cifrelor unui număr natural  $n$ . Determinați numerele naturale  $n$  pentru care  $n + S(n) = 2023$ .

*Daniel Stretcu, E:16663 G.M.B. nr. 9/2023*

3. a) Într-un grup de 12 copii, fiecare băiat oferă câte un măștișor fiecărei fete, dar și fiecare fată oferă câte un măștișor fiecărei fete. Știind că în total s-au oferit 55 măștișoare, să se determine numărul de băieți și numărul de fete.

*Monea Mihai și Steluța – Deva*

b) Avem 9 bile identice ca aspect, doar că una dintre ele este mai ușoară decât celelalte. Având la dispoziție o balanță fără greutăți și având permisiunea de a face doar două cântăriri, putem stabili cu certitudine care este bila mai ușoară ? Justificați răspunsul!

4. Suma vârstelor exprimate în ani a mai multor copii este un număr prim  $p$ . Dacă peste trei ani suma vârstelor va fi egală cu  $p^2$ , aflați ce vârstă are fiecare copil.

*Mihai Opincariu, Brad*

Notă: Fiecare subiect se notează cu 7 puncte.  
Timp de lucru: 3 ore



**Concursul de matematică „Ioan Aron”  
clasa a VI-a - etapa regională  
18 mai 2024**

1. Se consideră triunghiul  $ABC$  isoscel cu  $[AB] \equiv [AC]$  și punctele  $M, B, C$  și  $N$  coliniare în această ordine, astfel încât  $[BM] \equiv [CN]$ . Se construiesc  $BP \perp AM$ ,  $P \in AM$ ,  $CQ \perp AN$ ,  $Q \in AN$ , iar  $BP \cap CQ = \{E\}$ .

Demonstrați că:

- a)  $[BP] \equiv [CQ]$   
b) Triunghiul  $BEC$  este isoscel.

2. Fie  $x, y, z \in \mathbb{Q}^*$ . Numerele  $xy$  și  $x + y$  sunt direct proporționale cu 24 și 7, iar numerele  $xz$  și  $x - z$  sunt direct proporționale cu 8, respectiv 1. Demonstrați că numerele  $yz$  și  $y + z$  sunt direct proporționale cu 12, respectiv 5.

*Nicolae Ivășchescu, E: 16556 G.M.B. nr 4/2023*

3. În triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$ , se consideră înălțimea  $AD$ , mediana  $AM$  și bisectoarea  $AE$  a unghiului  $A$ , unde  $D, M, E \in BC$ .

Arătați că  $ME = 2ED$  dacă și numai dacă triunghiul  $ABC$  are un unghi cu măsura de  $15^\circ$ .

*Mădălin Mitrofan, Petrila*

4. Dacă  $x, y \in \mathbb{N}^*$  și  $\frac{x^2}{3x+y}$ ,  $\frac{y^2}{3y+x}$  sunt numere prime, arătați că  $\frac{xy}{2(x+y)}$  este prim.

*Mihai Opincariu, Brad*

Notă: Fiecare subiect se notează cu 7 puncte.  
Timp de lucru: 3 ore



**Concursul de matematică „Ioan Aron”  
clasa a VII-a - etapa regională  
18 mai 2024**

1. Se consideră triunghiul  $ABC$  în care  $BC = AB\sqrt{2}$  și punctul  $M$  mijlocul laturii  $BC$ .

Arătați că:

a)  $\sphericalangle AMB \equiv \sphericalangle BAC$  ;

b)  $AM = \frac{AB \times AC}{BC}$ .

2. Determinați  $n \in \mathbb{Z}$  pentru care  $n^4 - n^2 - 8$  este pătrat perfect.

*Aurel Doboșan, O. VII 546 R.M.T., nr. 2/2024*

3. Fie  $ABCD$  un patrulater convex cu  $AD = BC$ . Arătați că dreptele  $AD$  și  $BC$  determină unghiuri congruente cu dreapta ce trece prin mijloacele laturilor  $AB$  și  $CD$ .

*Victor Ailoaiei, E: 16534 G.M.B. nr 3/2023*

4. Se consideră numerele  $1 + \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  și  $2 + \sqrt{3}$ . După un pas fiecare număr se înlocuiește cu media armonică a celorlalte două numere. Este posibil ca după un anumit număr de pași, numerele obținute să fie  $2 + \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{2} + \sqrt{3}$  și  $1 + \sqrt{3}$  ? Justificați răspunsul.

*Mihai Opincariu, Brad*

Notă: Fiecare subiect se notează cu 7 puncte.  
Timp de lucru: 3 ore



**Concursul de matematică „Ioan Aron”  
clasa a VIII-a - etapa regională  
18 mai 2024**

1. Într-o piramidă patrulateră regulată  $VABCD$  de vârf  $V$  și bază  $ABCD$ , avem  $AB = VA$ , iar  $M$  este mijlocul muchiei  $VC$ ,  $AC \cap BD = \{O\}$ . Notăm cu  $S$  simetricul punctului  $D$  față de punctul  $C$ .

a) Determinați măsura unghiului dintre dreapta  $MO$  și planul  $(VBD)$ ;

b) Arătați că  $DV \perp (VBS)$ .

2. a) Arătați că, pentru orice numere reale  $x, y > 0$ , are loc inegalitatea:

$$\frac{2xy}{x+y} \leq \sqrt{xy}$$

b) Arătați că, pentru orice numere reale  $a, b, c > 0$  are loc inegalitatea:

$$3 + 2 \left( \frac{a}{\sqrt{bc}} + \frac{b}{\sqrt{ca}} + \frac{c}{\sqrt{ab}} \right) \leq (a+b+c) \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right).$$

3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$\frac{1}{x + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{x - \sqrt{x+2}} = \frac{3}{4\sqrt{x}}$$

*Liliana Niculescu, E: 16513 G.M.B. nr. 2/2023*

4. Fie un număr prim  $p$ ,  $p \geq 3$ . Determinați numerele naturale  $n$  astfel ca numărul  $\sqrt{n+p} - \sqrt{n}$  să fie rațional.

*Mihai Opincariu, Brad*

Notă: Fiecare subiect este notat cu 7 puncte.  
Timp de lucru: 3 ore